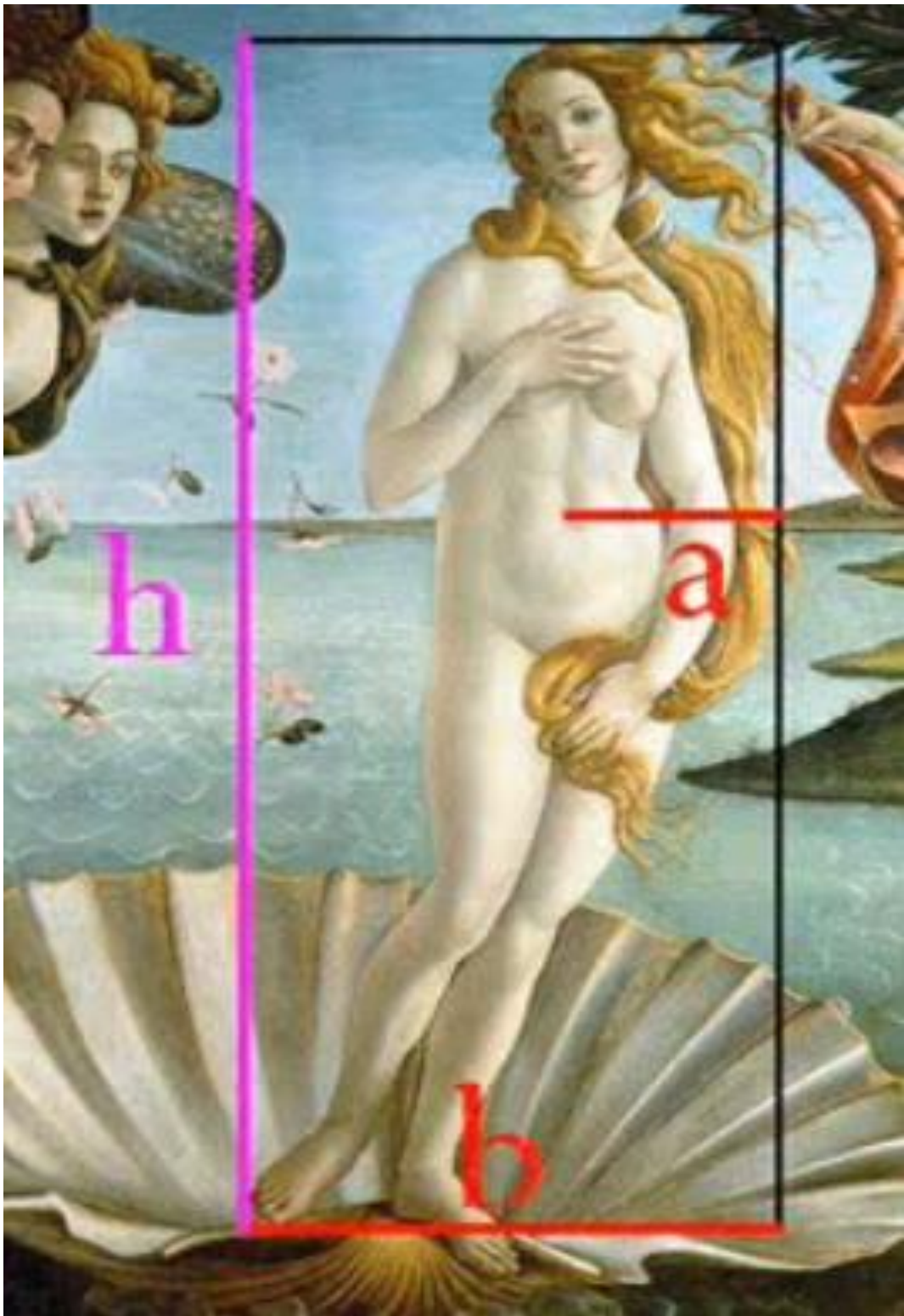


RENATO ENRICO URBAN



LA DIVINA ARMONIA

IL NUMERO AUREO Φ

$\Phi = 1,618033\ 9887498\ 9484820\ 4586834\ 3656381\ 1772030\ 9179805\ 7628621\ 3544862$
2705260 4628189 0244970 7207204 1893911 3748475 4088075 3868917 5212663
3862223 5369317 9318006 0766726 3544333 8908659 5939582 9056383 2266131
9928290 2678806 7520876 6892501 7116962 0703222 1043216 2695486 2629631
3614438 1497587 0122034 0805887 9544547 4924618 5695364 8644492 4104432
0771344 9470495 6584678 8509874 3394422 1254487 7066478 0915884 6074998
8712400 7652170 5751797 8834166 2562494 0758906 9704000 2812104 2762177
1117778 0531531 7141011 7046665 9914669 7987317 6135600 6708748 0710131
7952368 9427521 9484353 0567830 0228785 6997829 7783478 4587822 8911097
6250030 2696156 1700250 4643382 4377648 6102838 3126833 0372429 2675263
1165339 2473167 1112115 8818638 5133162 0384005 2221657 9128667 5294654
9068113 1715993 4323597 3494985 0904094 7621322 2981017 2610705 9611645
6299098 1629055 5208524 7903524 0602017 2799747 1753427 7759277 8625619
4320827 5051312 1815628 5512224 8093947 1234145 1702237 3580577 2786160
0868838 2952304 5926478 7801788 9921990 2707769 0389532 1968198 6151437
8031499 7411069 2608867 4296226 7575605 2317277 7520353 6139362.....

Φ NUMERO IRRAZIONALE

SOMMARIO

	Pag.
1. SOMMARIO	2
2. PREMESSA	4
3. IL COSTO DELLA CULTURA	8
4. LA DIVINA ARMONIA	12
5. LA GRECIA CULLA DELL'ARMONIA	18
6. ROMA TRA ATENE E GERUSALEMME	21
7. ARETUSA FONTE DI POESIA	24
8. CONCLUSIONI	27

Dedicato a Gaetano Fichera (Acireale, Catania, 1922-Roma 1996), mio professore di analisi matematica all'Università di Roma, membro dell'Accademia dei Lincei nel 1978, autore di numerose ricerche in analisi matematica, tra cui spicca quella sui differenziali lineari ellittici e problemi di valore al contorno, 1965.

Renato Enrico Urban

1. PREMESSA

“Ovunque il guardo giro, immenso Dio, ti vedo”. Pietro Metastasio, sacerdote e musicista, aveva scoperto Dio nell’armonia del creato. La scoperta di Dio non è un fatto casuale, ma avviene secondo misteriose vie divine, che non sono coperte da *copyright*. Metastasio era dotato di un’intelligenza viva, fuori del normale. A dodici anni aveva già tradotto dal greco l’Iliade, in endecasillabi. Tra i misteri della natura quello della scoperta di Dio è uno dei meglio conservati. Non esistono chiavi o grimaldelli per aprire quella porta. Si apre dall’interno ma la chiave non sta nelle mani della persona che la riceve. Deriva direttamente da Dio che ti chiama e ti incide questo messaggio nel cuore. Quando ero piccolino, cinque o sei anni, una pia donna, vicina di casa, di nome Elisa, mi diceva che da grande dovevo fare il prete. La cosa non mi piaceva affatto e pertanto ogni volta che potevo la scansavo per non sorbirmi questo eterno ritornello. Non sentivo nessuna attrattiva per la vita sacerdotale, né tanto meno per quella monastica. Ogni tanto mi sfogavo con la mamma, per togliermi questo assillo che mi rendeva la vita difficile. Lei mi tranquillizzava dicendomi che si trattava di idee di una santa donna, ma che non c’era la minima intenzione di forzare la mia volontà. Questo discorso mi dava molta serenità. Per rafforzare le mie convinzioni e portare il discorso su altre tematiche meno invasive, dicevo alla mamma che da grande avrei voluto fare il matematico, perché era la materia che mi piaceva di più.

Ero andato in prima elementare a cinque anni e stavo imparando l'italiano. Da noi, in Carnia, si parlava ladino e quindi questa nuova lingua era per me una lingua straniera. La cosa strana era che i miei parlavano bene l'italiano, ma preferivano parlare in ladino. Quando, a dieci anni, andai in prima media, dove il latino era una delle materie fondamentali, scoprii che il ladino era una lingua neolatina, come l'italiano. La diversità che scoprii tra le due era dovuta al fatto che, mentre la lingua italiana è una materia in continua evoluzione, il ladino invece era rimasto quasi invariato nei secoli. *Sarculus* era sarchiello in italiano, mentre in ladino era quasi inalterato, *sarclut* sincopato. Vale la pena di raccontare un fatterello che avvenne durante la settimana santa del 1949. Allora c'era un frate che veniva da lontano a celebrare la settimana santa, a predicare il vangelo, confessare i fedeli, dire messa e dal pulpito, con voce tonante, diffondere la buona novella, dicendo peste e corna dei costumi del tempo. La buona vecchietta, pochi giorni prima che arrivasse il famoso frate predicatore, mi disse che mi avrebbe fatto parlare con lui e che lui mi avrebbe convinto ad entrare in seminario. Venni assalito da una paura indicibile, quella che prende ai bambini quando gli si propone di fare delle cose che gli stessi non amano. La sera prima che il frate arrivasse, non chiusi occhio. Il mio cervello fumava alla ricerca di una soluzione non traumatica, che mi permettesse di evitare il colloquio con il francescano e nello

stesso tempo di non creare ansia in famiglia. Nella casa in cui abitavamo, a due piani, per accedere al sottotetto c'era una scala a pioli di legno di circa 3 metri. L'idea fulminante mi venne al mattino. Rifugiarsi nel sotto tetto e ritirare la scala in modo che nessuno potesse salire a controllare chi c'era. Intorno alle undici, il frate arrivò in canonica. Cominciò il giro delle case per chiedere cibo e abiti per i poveri che il convento assisteva. Quando arrivò da Elisa, questa chiamò la mia mamma e le chiese di mandarmi da lei, perché avrei dovuto fare da chierichetto alla messa del francescano. Mia madre mi chiamò e mi cercò dappertutto. Io rintanato e impaurito, me ne stavo nel sotto tetto, senza fare il minimo rumore. Non risposi a nessuna delle chiamate. Mia madre non si spaventò perché sapeva che andavo spesso a giocare con i miei coetanei. Non tornai neanche per il pranzo. Non mi muovevo per non fare rumore e farmi scoprire. Nonostante avessi un buon appetito, tramutatosi poi in fame, non cedetti a nessuna delle tentazioni. Quando verso sera, dalla finestra del tetto vidi che il frate se ne stava andando, calai la scala dal sottotetto e scesi gridando: mamma, mamma, sono qui, sono tornato. Avevo messo in conto anche un paio di sculacciate, ma la paura che quel frate mi portasse in seminario era troppo forte. Con mia grande sorpresa la mamma mi accolse con entusiasmo, con un grande sorriso e mi disse: lo sapevo che stavi lassù, lo fai sempre quando non vuoi farti trovare. Adesso lo saprai per

certo che non abbiamo nessuna intenzione di mandarti in seminario. La cosa mi rasserenò, ma non proprio del tutto, perché sapevo che un mio lontano cugino, Arturo, era stato mandato in seminario, perché i genitori erano poveri e non avevano i mezzi per farlo studiare. A te piace la matematica, continuava la mamma, e quindi ti faremo fare quello che vuoi tu. Quella notte dormii come non avevo mai dormito prima d'allora. Sentivo le braccia forti della mamma che mi stringevano e mi proteggevano dal pericolo scampato. Il tutto per causa di Elisa, che non si faceva i fatti suoi. Il nonno Pietro, che viveva con noi, era il mio scudo contro il mondo e le insensate proposte di Elisa. Era saggio come Socrate, buono come il pane, ma severo come Catone il Censore.

La matematica era la mia passione. Mio padre aveva un manuale tecnico da cui si poteva calcolare il peso di un cilindro, nota la densità, il diametro e la lunghezza dello stesso. Stavo sempre con questo manuale tra le mani cercando di capire come si faceva il calcolo. Quando la signorina Bertuzzi, la mia maestra di quinta elementare, che ci raccontava, sempre con malcelato orgoglio, che il Carducci veniva in vacanza nell'albergo di famiglia, che oggi si chiama il **Comune Rustico**, dalla famosa poesia del poeta, spiegò come si calcolava il volume dei solidi, nella fattispecie di un cilindro, per me non c'erano segreti, lo facevo quasi tutti i giorni sul manuale tecnico di mio padre.

2. IL COSTO DELLA CULTURA

Come si è già chiarito in precedenza, avevo una naturale propensione per la matematica, ma non sapevo ancora che sarebbe stata la chiave di volta della mia vita. Quando pensavo a quelli che scoprivano Dio, con una chiamata dall'alto, mi veniva spontaneo pensare che anche la chiamata per la matematica fosse qualche cosa di analogo. Qualcuno, forse l'angelo custode, di cui mi parlava spesso mia madre, aveva forse fatto una chiamata sconosciuta, che io non avevo percepito, con cui mi aveva inculcato la vocazione per la matematica. Domande difficili, a cui, spesso, anche i grandi non sapevano dare risposte adeguate. Scampato il pericolo seminario, c'era ora da affrontare la scuola media, il ginnasio e il liceo. Avviare agli studi superiori un figlio, negli anni cinquanta, non era una cosa semplice. I costi, per le famiglie normali, erano proibitivi. Vennero affrontati e mi ritrovai alle soglie dell'Università con un bagaglio culturale in cui primeggiavano il latino ed il greco, ma c'era anche la matematica. Contrariamente ai suggerimenti che piovevano sulle mie spalle, che m'indirizzavano verso il liceo scientifico, decisi che la cultura classica era il miglior veicolo che portava al sapere. I migliori matematici, Pitagora ed Euclide, provenivano dall'antica Grecia, Archimede da Siracusa, fiorente cittadina italica della Magna Grecia. Latino e Greco erano le lingue della cultura classica, che non era fondata solo sulla letteratura e sulla poesia, ma anche sulla fisica e sulla matematica. Sopra la porta dell'ingresso

alla scuola di Atene, dove insegnavano Platone e Aristotele, filosofi e matematici insieme, c'era la seguente scritta: “ἀγεωμέτρητος μηδεὶς εἰσιτω” (non entri chi non conosce la geometria¹) Non saprei dire che cosa determinò la mia scelta, ma indubbiamente la cultura classica era per me un'attrattiva molto più forte di quella tecnica. Ricordo che quando la mamma mi mandava a fare spese, compravo di nascosto i libri della BUR, che allora erano in formato tascabile e a poco prezzo, e li nascondevo dentro la camicia. La mamma faceva finta di non vedere e non mi diceva nulla. Allora i soldini erano misurati e non si poteva scherzare sulle spese superflue. I libri non lo erano, ma rientravano nella lista. I Fratelli Karamazov, Delitto e Castigo di *Dostoiieski*, Guerra e Pace di *Tolstoj*, Madame Bovary di *Flaubert*, l'Ingenuo e così Santa di *Voltaire*, tanto per citarne alcuni, vennero divorati nello spazio di pochi giorni. Invece di mangiare pane e burro, mi dilettaivo a divorare pane e cultura classica (BUR), per metterla sullo scherzo. Talvolta ero talmente preso dalla lettura che mi scordavo di andare a pranzo e dovevo subire i rimproveri dei genitori. Come era difficile spiegare che il corpo aveva bisogno di cibo, che avrebbe potuto attendere, mentre l'animo aveva bisogno di libri, che erano costosi e limitati. La cultura non può attendere, altrimenti muore. La fame di sapere non conosce sazietà, non ingombra lo spirito come fa invece il cibo con il corpo umano. Una sola volta mi sentii perso nella mia vita.

La mia maestra delle elementari chiamò i miei genitori per dire loro che ero una specie di genio e si raccomandò che mi facessero proseguire gli studi. Allora, o si studiava o si andava a lavorare in agricoltura. Ci fu una riunione di famiglia, con mio nonno, mia madre e mio padre, per discutere del problema e decidere il da farsi. Mia madre fece presente che si era informata sui costi e che questi erano molto elevati. Mio padre era possibilista, ma non troppo convincente. Mio nonno troncò la discussione dicendo: se non siete capaci di decidere, decido io. Renato deve essere mandato a studiare. Io vendo tutto quello che posso vendere e mi impegno a sostenere le spese. Io dormivo al piano di sopra, ma con i soffitti di legno e le travi di quercia, era come se fossi presente alla discussione. Tremavo letteralmente, temendo che la decisione potesse essere nefasta. Vedevo un futuro nero, nero, nero, se non si fossero realizzate le mie aspirazioni. La frase del nonno mi mandò in estasi e dormii come mai più avrei dormito in tutta la mia vita. Certo ero molto diverso dai compagni di scuola delle elementari. Chi non voleva studiare, chi lo faceva per forza, chi preferiva andare al lavoro e non perdere la vista sui libri. Per me era la meta della mia vita. L'avevo finalmente raggiunta. Era come se avesse vinto la mia squadra preferita ai mondiali del pallone. Grazie nonno Pietro, saggio come Socrate, lungimirante e dotato di grande *humor*. Mi ha sempre aiutato, fino all'Università, tenendo lontani tutti i pericoli, specie

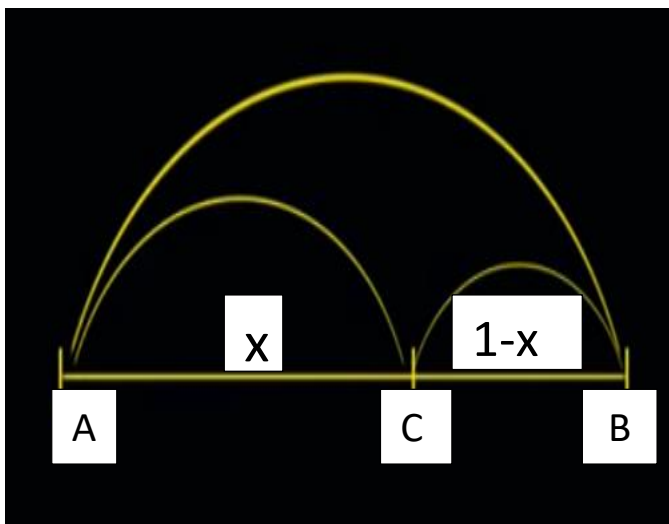
quelli di carattere sentimentale, che avrebbero potuto complicare il lungo cammino per arrivare alla meta finale. Ero naturalmente un ragazzo molto vivace. Ogni tanto scappava fuori anche qualche marachella. Tacitava sempre tutti dicendo, che sì, ero vivace, ma perché ero intelligente. Finiva poi il suo discorso con una frase che troncava ogni discussione: **voi non avete idea di cosa diventerà questo ragazzo!** Quando mi laureai in ingegneria chimica era raggiante di felicità, quasi di più di quanto non lo fossi io, che ero il protagonista della vicenda. Lo vidi così felice solo un'altra volta, quando arrivai a casa con gli alamari da Ufficiale dei Carabinieri. Lui aveva combattuto la grande guerra a Pal Piccolo e Pal Grande, da semplice soldato. Io rappresentavo il coronamento di tutti i suoi sogni. Sono stato molto felice di averlo fatto, non solo perché la cultura era la mia grande aspirazione, **ma anche perché non c'è niente di più bello nella vita che fare felice un nonno che ti ha voluto tanto bene.** Non che i genitori siano stati da meno, ma Lui è stato la pietra miliare della mia vita, quello che ha segnato in profondità i tratti del mio carattere, del mio pensiero e del mio rispetto verso il prossimo. Aveva la battuta fulminante. Un giorno il curato gli fece una domanda a trabocchetto. Lui andava poco a messa, perché aveva 90 anni e la chiesa era lontana dalla nostra abitazione. Pietro, lo apostrofò il curato, quanti sono i comandamenti? Undici rispose il nonno. Come, disse il prelado incuriosito, mi dica

l'undicesimo. “Non burlare i poveri vecchi!”, rispose il nonno. Il curato ebbe il buongusto di andarsene con le pive nel sacco. Il nonno, poi, mi spiegò la motivazione della sua risposta repentina. Alla sua età, non era più in grado di fare una salita di circa due km., da 700 metri a 1000 metri di altitudine sul mare, per andare alla messa. La domanda non solo era impertinente, ma completamente fuori luogo. Meritava, quindi, una risposta adeguata, perché il nonno era dotato di un'intelligenza molto vivace e aveva capito, in anticipo, dove il parroco voleva andare a parare.

3. LA DIVINA ARMONIA

La matematica è una scienza esatta, che sta alla base del progresso scientifico. Pensare che circa 2300 anni fa uomini come Platone, Aristotele, Pitagora, Euclide e Archimede, abbiano tracciato le regole matematiche che hanno guidato il progresso dell'umanità, è una cosa al tempo stesso incredibile e meravigliosa. Molti si chiedono come mai, in un periodo come quello del terzo secolo prima di Cristo, sia potuta fiorire una tale mole di geni e poi ci siano stati dei lunghi periodi bui, in cui la scienza ha dato l'impressione di essersi dimenticata di esistere. Non c'è una risposta al riguardo. Io per lo meno non sono riuscito a darmela. Comunque, l'essere entrato nel mondo della tecnica, nella facoltà di ingegneria, mi ha dato modo di studiare a fondo

non solo il pensiero dei grandi matematici dell'era pitagorica, giunto a noi per vie che sembrano un miracolo della natura. Tra gli argomenti che mi hanno particolarmente colpito, c'è il connubio tra armonia e matematica. Più mi addentravo in questo mondo particolare, più capivo di non capire l'essenza del problema. Diceva il grande fisico Isaac Newton, passeggiando lungo la riva del mare: “Ripensando alla mia vita mi sembra di essere stato un bambino che si balocca sulla spiaggia, osservando e raccogliendo qualche ciottolo particolarmente lucido e ben levigato, mentre dinanzi a lui si stende il mare sterminato della conoscenza”. In sostanza era una parte infinitesimale rispetto al mondo

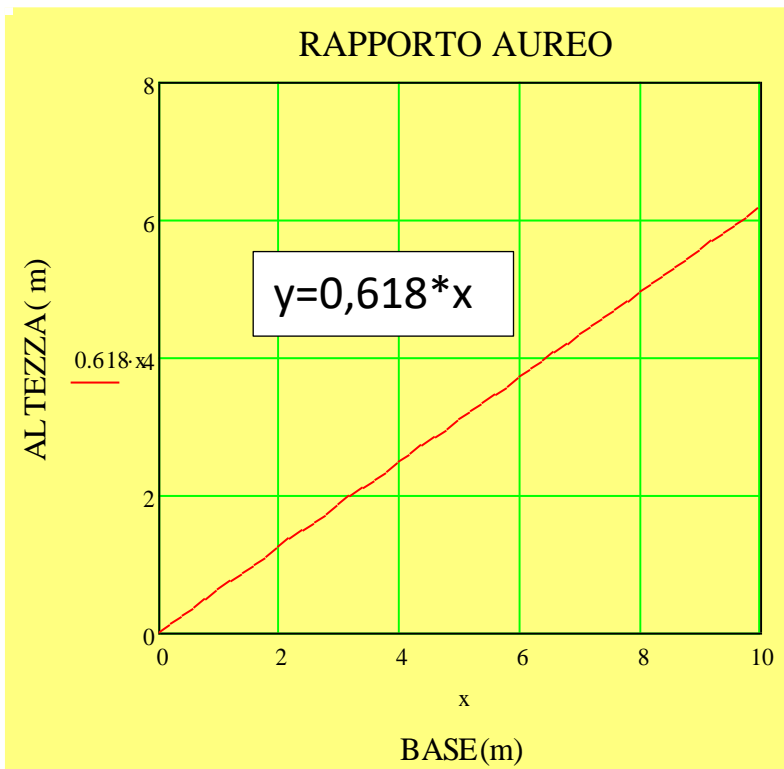


intero. La scienza è come un terreno sconfinato. Più lo si esplora più ci si accorge di entrare in un cosmo infinito e di essere solo un puntino in mezzo alla sua galassia. Si prenda, ad esempio, lo studio della sezione aurea di un

segmento, già noto con ogni probabilità a babilonesi ed egizi, ma poi teorizzato dai pitagorici. Si deve, però, ad Euclide la prima testimonianza scritta sulla tematica. Il grande matematico greco, vissuto dal 325 al 265 a.C., a soli 25 anni

era già diventato Direttore del dipartimento di matematica, della grandiosa biblioteca di Alessandria d'Egitto. Le sue scoperte sono state tramandate a noi, in maniera quasi miracolosa, grazie ad uno dei libri più noti della storia della matematica, gli “Elementi di Geometria”, del 300 a.C. Tracciato un segmento AB di lunghezza uguale a 1 m e diviso il segmento in due parti, una più grande AC ed una minore CB, la sezione aureaⁱⁱ è il modello compositivo su cui si regge l'arte classica, quella che i greci hanno non solo teorizzato ma applicato nel mondo dell'arte, dell'architettura e della scienza in generale. Sapere che per progettare il famoso Partenone, e non solo, sia stato usato il rapporto aureo, genera meraviglia, stupore, ma anche orgoglio per il concetto di bellezza e di armonia che la cultura greca ci ha trasmesso nel corso di un viaggio durato ventitré secoli. Con riferimento al segmento AB, tale valore si calcola risolvendo la proporzione **AB:AC=AC: CB**, cioè $1:x=x:(1-x)$, in cui il rapporto aureo x è medio proporzionale tra l'intero segmento e la parte restante $1-x$. Sviluppando la proporzione si ottiene: $x^2+x-1=0$. Scartando la soluzione negativa, quella positiva è data dalla $x= (\sqrt{5} - 1) \frac{1}{2} = 0,618$ m, che rappresenta la **sezione aurea AC** del segmento unitario AB. La proporzione aurea era già presente nell'arte greca, che era alla continua ricerca di un canone oggettivo per poter determinare la bellezza di un'opera d'arte. Secondo quanto scritto da Euclide, nel XIII° libro degli Elementi, la regola

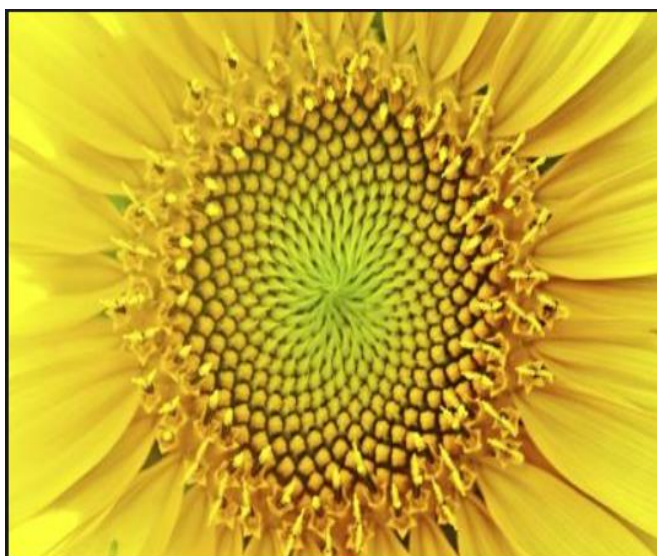
aurea era data dal rapporto tra la grandezza minore $1-x$ e quella maggiore x del segmento, che era $0,618$. Nel grafico, il rapporto aureo è rappresentato dalla retta di colore rosso, che ha come coefficiente angolare $m = 0,618$. Nel rettangolo aureo,



aureo, il rapporto tra l'altezza e la base varia con l'equazione $y = 0,618 * x$, ma il rapporto tra i due valori, rappresentato dal numero aureo, rimane sempre costante. Il rapporto tra il segmento unitario e la sua sezione aurea dà

origine al **numero aureo**, che quindi è uguale a $\Phi = 1/x = 1,618$. Il numero aureo è quindi un numero algebrico irrazionale, ma con infiniti decimali. La prima definizione di numero irrazionale viene attribuita ad Ippaso, giovane allievo della scuola pitagorica di Metaponto, che, intorno al 500 a.C., lo definì come numero incommensurabile, che cioè non aveva sottomultipli e non era esprimibile come rapporto di due numeri interi. Lo storico Giamblico, (Vita pitagorica), racconta che Ippaso sarebbe stato annegato dai pitagorici nel mare di Metaponto, per aver divulgato la notizia riservata che

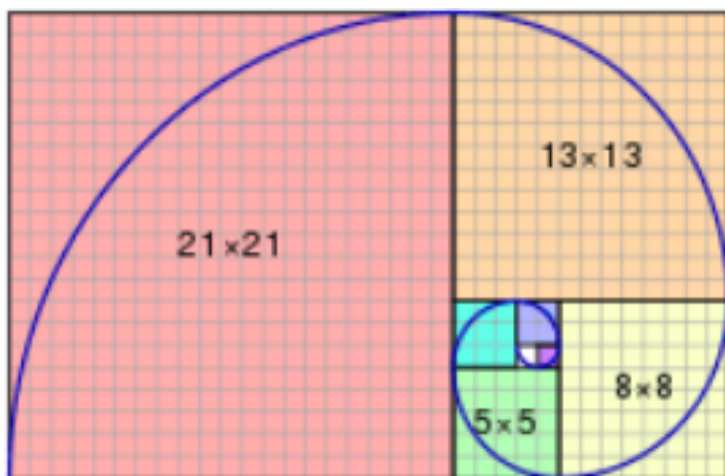
l'ipotenusa di un triangolo rettangolo, con cateti di 1 m. e quindi con l'ipotenusa uguale a $\sqrt{2}$ m., era **un numero irrazionale**, teoria che minava alla radice la fondamentale regola della scuola pitagorica, che era basata solo sui numeri razionali. Nella scuola pitagorica, a cui avevano accesso anche le donne, ma senza diritto di parola, tra le varie e severissime regole, c'era anche quella del silenzioⁱⁱⁱ, che imponeva agli allievi di non divulgare all'esterno i segreti della scuola e che sarebbe costata la vita ad Ippaso. Accanto al rapporto aureo è stato anche definito l'angolo aureo, che, calcolato in modo simile, risulta essere di $137,5^\circ$. Questo secondo numero aureo, come si vedrà nel capitolo seguente, ha dei riscontri incredibili nella natura, specialmente se è



interpretato alla luce della serie di Fibonacci. Il matematico pisano è noto per la serie di numeri, che portano il suo nome, in cui ogni numero è fondato dalla somma dei due precedenti. Se si prende un fiore di girasole si può osservare

come la natura abbia creato un'armonia perfetta. Se poi si considera che l'armonia del creato è cresciuta sulla base di precise formule matematiche, c'è da restare stupefatti. La spirale di Fibonacci^{iv} è un'approssimazione di quella aurea,

che è logaritmica. L'angolo aureo di $137,5^\circ$ consente di avere una trama perfetta dei semi del girasole. Se l'angolo fosse stato maggiore o minore, i semi del girasole avrebbero lasciato una parte del petalo non utilizzata. Invece, con l'angolo aureo di $137,5^\circ$, tutta l'area del petalo risulta ottimizzata da un insieme di semi che riempiono completamente gli spazi disponibili, disegnando una serie di

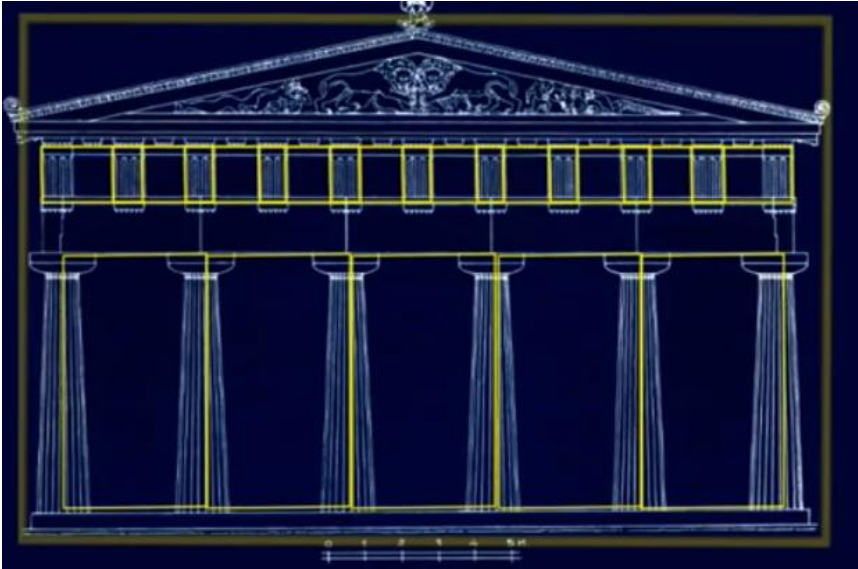


spirali. Osservando i suoi petali, linee a puntini nella figura, con i semi delle spirali di colore chiaro, in entrambi i versi, si scopre che la natura è piena di questi esempi di armonia che mostrano un

creato incredibilmente intrecciato con le regole della matematica. Nel caso del girasole, si notano le spirali che sono state create con la serie di Fibonacci. Si ricorda, inoltre, che il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} n \frac{F_{n+1}}{F_n}$, a cui tende il rapporto tra due numeri consecutivi della successione di Fibonacci, ha come risultato il **numero aureo $\Phi=1,618$** , che è stato assunto dai pitagorici come simbolo dell'armonia e della perfezione. Analoghi esempi di numero aureo si trovano in pittura, poesia, architettura, musica e nel corpo umano. Nella figura si è riportato un esempio di calcolo della spirale di Fibonacci, basato sulla serie di numeri che vanno da 1 fino a 21.

4. LA GRECIA CULLA DELL'ARMONIA

La civiltà greca ha regalato al mondo la bellezza e l'armonia. Dalla scuola di Atene, di Platone e Aristotele, sono uscite le



basi che hanno permesso di realizzare opere come il Partenone, la cui bellezza era il vanto della Grecia antica. Che cosa ha il Partenone in

più di tanti altri monumenti dell'antichità, che lo rendono unico nel suo genere? Il culto della bellezza è stato un argomento che ha segnato la storia della cultura, dal 500 a. C. fino ai nostri giorni. Cos'era la bellezza per i greci? Nei loro templi e nelle loro opere d'arte c'era il mistero di questa armonia delle forme, che ha creato il mito della bellezza. Con la definizione di sezione aurea, si è trovato uno mezzo prodigioso capace di creare opere d'arte in perfetta armonia. Ecco quindi lo strumento che è servito a creare non solo le armonie dell'architettura, ma anche quella della poesia, della letteratura, della scultura, della musica e della pittura. Nel Partenone (figura precedente) la facciata è assimilabile ad un rettangolo aureo, in cui l'altezza divisa per la base dà il mitico valore di 0,618, che è assimilabile ad un rettangolo aureo, in cui l'altezza divisa per la base dà il mitico valore

di 0,618, che è proprio la sezione aurea. Anche gli spazi tra le colonne sono determinati in modo aureo, dando alla struttura un aspetto di grande armonia. Questa tipologia è chiaramente frutto della creatività dell'uomo. Se, però, si orienta la ricerca nella natura, al di fuori quindi dalla creatività dell'uomo, si scopre che questa regola aurea esiste anche senza interventi esogeni. Ne consegue che, per volontà suprema, l'Universo è stato creato sulla base di precise regole matematiche. Il famoso architetto Fidia, che aveva progettato il tempio di Athena, il più famoso e bello di tutta la Grecia, aveva creato un capolavoro d'armonia, applicando all'architettura il rapporto aureo, che scopriamo esistere anche nel corpo umano. La metà del corpo deve essere nell'attacco della gamba. Il piede, secondo questa regola aurea, è in armonia con il corpo se è un settimo della lunghezza dello stesso. Analogamente la testa deve essere un ottavo e la faccia un decimo. Questa regola veniva sempre applicata in Grecia, sia ai templi come il Partenone sia alle statue. Il culto della bellezza era regolato, in Grecia, da un'armonia delle proporzioni codificata in canoni, ottenuta con l'applicazione del rapporto aureo che rendeva armonioso tutto quello che era creato dall'uomo. Non solo il Partenone era stato progettato sulla base di questi concetti, ma anche le statue dell'Eretteo, nel Medioevo *Notre Dame* di Parigi

e nel rinascimento la Gioconda di Leonardo e la Nascita di Venere del Botticelli. In quest'ultima, riportata in copertina, si può riscontrare un esempio di come il numero aureo sia stato applicato per dare armonia alla figura centrale del ritratto. Si scopre che il rapporto tra la distanza testa ombelico, rispetto a quella ombelico piede, sia stato costruito secondo la proporzione **$h:a=a:b$** , scoperta dai pitagorici. La definizione di tale rapporto è collegata allo studio del pentagono regolare. Nel poligono di 5 lati, i pitagorici avevano individuato l'unione del principio maschile e femminile (nella somma del 3 più 2), tanto da definirlo come il numero dell'amore e del matrimonio. Allargando lo sguardo, si scopre che anche gli egizi, i babilonesi e i cinesi, avevano applicato, anche se, con ogni probabilità, solo in maniera empirica, questa regola aurea nella realizzazione di molti dei loro progetti. Nella piramide di Cheope, la diagonale misura 89 u e l'altezza 55 u. Sono due numeri della serie di Fibonacci, il cui rapporto è **1,618**, che corrisponde esattamente a quello del numero aureo. Non credo si tratti di coincidenze, perché gli egiziani avevano compiuto studi approfonditi sulla geometria, a causa delle continue esondazioni del Nilo e quindi della necessità di ridefinire tutti i confini delle proprietà agricole, cancellati dalle piene del fiume sacro.

5. ROMA TRA ATENE E GERUSALEMME

“Grecia capta ferum victorem coepit et artes intulit agresti Latio”. Così si esprimeva il poeta latino Orazio: la Grecia conquistata conquistò il selvaggio vincitore e portò le arti nel Lazio agreste. Oltre al giudizio di Orazio, un inglese ha scritto che l’unica figura matematica che si trova nella storia italiana è quella del soldato romano che ha tagliato la testa ad Archimede, quando il console Marcello conquistò la città di Siracusa. Il pensiero dominante nel settore dell’arte ha sposato quasi per intero queste due tesi, che non riflettono la realtà dei fatti, ma che danno una visione distorta di Roma, non in linea con la realtà. Roma è rimasta affascinata dalla cultura greca, ma aveva altri obiettivi nel suo scenario strategico. La Grecia era ammirata, le migliori famiglie mandavano i loro rampolli a studiare ad Atene, ma c’era una grossa corrente di pensiero che riteneva che la Grecia producesse una cultura troppo effeminata per il rude cittadino romano. Roma era protesa alla conquista del mondo allora conosciuto. I suoi legionari erano severi come i soldati spartani. Non c’era tempo per le mollezze. Cultura e arte della guerra oggi, come ieri Venere e Minerva, non erano soggetti comparabili tra loro. I romani non disdegnavano le arti, la musica, la poesia, il dramma, la matematica. Erano semplicemente votati ad altri obiettivi. Roma era piena di edifici finemente lavorati, basti pensare al Pantheon che è arrivato quasi intatto ai nostri giorni, al Colosseo, alla Colonna Antonina, al Foro Romano, splendente di marmi e di statue equestri. Anni fà, durante uno dei miei viaggi di lavoro a Tunisi, ebbi modo di visitare il museo del Pardo,

quello di Cartagine e il sito archeologico di *Leptis Magna* in Libia. Nella figura seguente, è riportato uno dei mosaici più



belli del Pardo, in cui si ammira il poeta Virgilio, che tiene in mano l'Eneide, tra le muse Clio e Melpomene. A Roma, le arti nobili erano non solo coltivate, ma anche prodotte. Virgilio, Orazio, Catullo, Cicerone, Tacito, Sallustio, sono poeti e scrittori che hanno fatto **Roma caput mundi**, con le loro opere artistiche e storiche. Nel sesto

canto dell'Eneide, sviluppando il concetto del potere temporale, Virgilio mette in bocca ad Anchise il seguente precetto: *“Tu regere imperio populos, Romane, memento (haec tibi erunt artes), pacisque imponere morem, parcere subiectis et debellare superbos»*. Inoltre Anchise formula anche **una profezia sull'impero di Augusto** : « Qui Cesare, e tutta la stirpe di Iulo, che verrà sotto l'amplia volta del cielo. Questo è l'uomo, è questo che più di una volta ti sento promettere, Cesare Augusto, creatura del Divo, che stabilirà il secolo d'oro nuovamente nel Lazio, sul territorio un tempo regnato da Saturno;». **Chiarita la reale vocazione di Roma di diventare un impero**, si deve anche riconoscere che la cultura del tempo ha lasciato uno spazio ampio allo sviluppo delle belle arti e della scienza. Nella storia della matematica, infatti, la figura di Archimede ha illustrato la grandezza

dell'Italia, portando nel mondo accademico 23 secoli di splendore scientifico. Trovo tranciante il giudizio di alcuni critici, specie di parte anglosassone, sulla scarsa presenza di Roma nel settore della filosofia e della matematica. Si pone l'accento sul fatto che, a Roma, la matematica era più che altro rivolta a costruire strade e ponti, che dovevano consentire alla cavalleria di arrivare in poco tempo ai confini dell'impero, per difenderlo dalle invasioni barbariche. I romani del tempo hanno costruito 90 mila km di strade che hanno resistito per secoli alle calamità naturali. Mentre nel mondo odierno, nonostante il cemento armato, c'è una specie di moria di ponti e cavalcavia, costruiti da pochi anni, Ponte Milvio, che i romani chiamano con ironia Ponte Mollo, è ancora lì sano e salvo dopo duemila anni di battaglie combattute con l'impetuoso fiume Tevere. **Amicus Plato, sed magis amica veritas.** Certo, si deve anche sapere che il pensiero greco, nella matematica e nella filosofia, è stato capace di influenzare la cultura fino ai nostri giorni. I romani, invece, erano bravi ingegneri, ottimi soldati, grandi costruttori, ma va anche riscontrato che la Grecia, sia nella matematica sia nella filosofia, era dotata di geni, che hanno lasciato una traccia indelebile nella storia della cultura mondiale. Quello, invece, che è difficile da spiegare, è che la Grecia, da faro della civiltà occidentale, sia poi incappata in un periodo buio, in cui la cultura e la sua produttività artistica siano quasi scomparse. Se Temistocle, a Salamina, non avesse sconfitto i persiani, superiori per forze in campo, la storia europea sarebbe radicalmente cambiata. Alla Grecia

va anche riconosciuto questo enorme contributo alla crescita di una “Europa libera e indipendente”. Senza i geni di Aristotele, di Platone, Euclide, Pitagora, Erodoto, Luciano, il mondo occidentale contemporaneo sarebbe stato completamente diverso da quello che oggi conosciamo.

5. ARETUSA FONTE DI POESIA

C'è stato un periodo della storia di Roma in cui vi fu un notevole esodo di persone dalla Grecia verso le regioni meridionali dell'Italia. Ad un certo punto questi flussi divennero così corposi, da essere indicati come Magna Grecia. La locuzione forse voleva significare che quella parte dell'Italia era molto più grande della madrepatria e da qui la dicitura di Magna Grecia. Le regioni interessate a queste migrazioni erano Sicilia, Calabria e Puglia. Siracusa è stata una delle città principali di questa migrazione, un caposaldo cui Roma ha attinto a piene mani, per la sua crescita culturale ed artistica. Basti ricordare che a Crotona si spostò anche il grande Pitagora, per capire l'importanza di queste città-stato, piene di vita commerciale, di scuole di eccellenza, di matematica, di arti e di attività mercantili e in grado di battere moneta per conto loro. Insieme a questi personaggi svetta anche la figura di Archimede, il grande matematico siracusano che ha riempito di gloria la sua città. Ortigia è conosciuta nel mondo non solo per il suo mare e per la bellezza della città, ma soprattutto per l'opera di Archimede che, con le scoperte di fisica e di idraulica, fu capace di tenere

sotto scacco il console romano Marcello, in un assedio che durò più di un anno. Ad Ortigia, poi, il mito di Alfeo e di Aretusa, la più bella delle ninfe alla corte di Diana, ha creato un alone di armonia e di bellezza, che ha ispirato la vena artistica di molti poeti. La fonte Aretusa (in figura) deve la



Il mito di Alfeo e Aretusa (disegno di M.R. Mazzeo)

sua grande popolarità al mito della ninfa ma anche al fatto di erogare acqua potabile, a pochi metri dall'acqua del mare, a beneficio sia dei mezzi navali di transito nel porto sia del quartiere di Ortigia. Da sempre, quindi, è stata meta di interesse di

celebri personaggi della cultura, dell'arte, della matematica, della fisica e della politica, che hanno cercato, in questo posto incantato dalla storia d'amore di Alfeo e Aretusa, motivi di ispirazione per le loro opere. Proveniente dalla Palestina, a Siracusa è sbarcato anche l'apostolo delle genti, Paolo di Tarso, che veniva condotto prigioniero a Roma per essere giudicato dall'imperatore, in virtù della guarentigia di cittadino romano. Non si osa immaginare cosa sarebbe stato un incontro tra Archimede e Paolo, tra il genio della matematica e quello del cristianesimo. Paolo predicava il vangelo e convertiva i gentili, mentre Archimede si era dedicato, con particolare riguardo, al settore della fisica e

della matematica. Si tratta di due figure che hanno creduto nei loro ideali, pieni di idee innovative, Archimede nella matematica e Paolo di Tarso nella religione. Paolo, se da romano fu uno spietato esecutore delle leggi di Cesare, da cristiano fu un esempio rigoroso di virtù per tutte le comunità cristiane che lui fondò nei suoi continui pellegrinaggi, dando non solo testimonianza di fede, cultura, umanità e sapienza, ma anche dando la vita per i principi in cui credeva e divulgava alle genti. Questa caratteristica, che lo accomuna ad Archimede, aveva lo stesso fervore e la stessa determinazione che il grande genio della matematica aveva profuso non solo nella difesa dei suoi principi matematici, ma anche di quelli etici e di difesa della sua città, assediata dai romani. Ambedue credevano con forza nelle loro idee, che non sono tramontate nei secoli, ma sono ancora vive ed attuali, anche oggi. Archimede, che era di certo al corrente degli studi sulla sezione aurea fatti dagli allievi di Pitagora, era anche in continuo contatto con la famosa biblioteca di Alessandria, dove lavorava il matematico Euclide, autore del famoso libro "*Elementi*". Se si volesse tradurre il concetto matematico della sezione aurea in modo simbolico, si potrebbe dire che la famiglia sta al padre come il padre sta al figlio. Tradotto in concetto educativo questo rapporto aureo ci dice che, se così fosse, il mondo potrebbe vivere in piena armonia. Non è molto significativo che le singole variabili siano grandi o piccole, quello che conta è che il rapporto tra le due grandezze omogenee, maggiore e minore, sia sempre in armonia con il numero aureo, cioè che vengano rispettati

i sacri canoni stabiliti dal divino rapporto. Se il padre conosce il valore del figlio ed esercita la sua supremazia in maniera armonica, facendo crescere in proporzione anche la figura del figlio, il rapporto aureo resta sempre lo stesso, cioè 0,618. La sezione aurea ci dà una chiave di lettura molto sapiente di come la natura faccia crescere l'armonia del creato. Quando tutti hanno un loro ruolo, la famiglia resta armonica e unita. Se invece il padre prevaricasse sul figlio, il rapporto magico si romperebbe, i ruoli non sarebbero più univoci, la famiglia sarebbe disarmonica e ognuno andrebbe per la sua strada, creando il caos. Se fosse stato possibile trasferire questo concetto matematico in uno etico, il dialogo tra due mondi culturalmente diversi tra loro, Gerusalemme e Atene, basato sulla buona novella per Paolo e sul rapporto aureo per Archimede, sarebbe stato meraviglioso e ricco di una comunanza di assiomi tra due mondi, distanti tra loro, ma che avrebbero finito per comprendersi e compensarsi, perché entrambi tendevano alla perfezione e al bello, cioè all'armonia del creato. Mentre non si può tacere che le due concezioni del mondo fossero molto complesse e non facilmente integrabili tra loro, tanto da dare il via alle persecuzioni dell'aristocrazia romana contro i cristiani, non si può nel contempo non tenere conto dell'enorme influsso che il nuovo messaggio di Paolo di Tarso ha subito dalla cultura greca, specie dagli scritti di Aristotele, Platone e Socrate, per limitarci al settore filosofico. Nonostante le grandi difficoltà trovate sul suo cammino, Paolo è riuscito a portare a termine, con successo, la sua missione di pace.

6. CONCLUSIONI

Il dialogo impossibile tra Paolo di Tarso e Archimede, per la loro non contemporaneità^v, suscita nel nostro animo sentimenti contrastanti. Si riaffaccia la dicotomia, Atene e Gerusalemme, il cristianesimo e la cultura classica. Ne nasce un rapporto tutt'altro che semplice e lineare. Il Dio padre e figlio in una sola persona del Cristianesimo era un dogma sconcertante per la cultura classica, greca o latina che fosse. La morte e la resurrezione di Gesù, figlio di Dio, mangiare il corpo di Cristo, la resurrezione dei cristiani, erano concetti molto indigesti per la cultura classica. Il messaggio portato da Paolo di Tarso, recepito bene negli strati bassi della popolazione, trovava invece ostacoli meno facili nell'alta borghesia evoluta. I dotti, ebrei, greci e latini, avevano dalla loro una grande facilità nel sottolineare e contrastare le assurdità della nuova religione, che era in aperto contrasto con la cultura classica dominante. Quando Tertulliano faceva capire, in quello che è stato poi sintetizzato in "*credo quia absurdum*", la difficoltà di spiegare alcuni concetti del cristianesimo ai gentili, sapeva di non avere molte frecce al suo arco per convertire le classi a cultura elevata. Tuttavia, ad Atene, Paolo riuscì a convertire **Dionigi**^{vi}, un dotto, e la religione del Dio, figlio di Dio, nato da una vergine, che è capace di resuscitare dai morti, cominciò a penetrare nell'alta aristocrazia, dove dominava la cultura classica di Omero, Aristotele, Platone e Socrate, grandi maestri che avevano predicato tutte le regole del mondo classico e della sua sapienza. Il dialogo impossibile tra Archimede e San_Paolo

avrebbe di certo prodotto dei buoni frutti per il cristianesimo, soprattutto perché si trattava di due personaggi di alto spessore culturale, con grandi ideali da ambedue le parti. Per la matematica il cammino è stato un po' più controverso. Mentre in Occidente il cristianesimo dilagava tra gli strati popolari urbani e la matematica languiva, in Oriente, invece, la penetrazione della religione cristiana era più lenta, ma la cultura e la tradizione matematica vivevano un periodo di crescita molto vivace. Si ha uno sviluppo intenso della matematica soprattutto nelle aree della Mesopotamia, dato anche l'influsso che proveniva dai grandi matematici dell'India. Con la nascita di Maometto e lo sviluppo dell'Islam (570-682), intorno a quest'area si è sviluppata la massima crescita della matematica, con riflessi sulla chimica, ottica, astronomia e trigonometria. Il maggiore contributo a questa crescita è dovuto all'introduzione della notazione numerica decimale e all'algebra, sempre come sopra ricordato, anche grazie all'influsso dei matematici indiani. Si deve anche ringraziare l'*islam* per aver contribuito alla salvaguardia di testi matematici, come **il palinsesto di Archimede**, che è arrivato in mezzo a noi nel secolo passato, proprio grazie ad un testo arabo scoperto in una biblioteca di Costantinopoli. La scoperta si deve allo studioso danese *Johan L. Heiberg*, che recuperò, in una biblioteca di Istanbul, il manoscritto che conteneva brani del famoso trattato della sfera e del cilindro. Il palinsesto oggi si trova al *Walters Art Museum* di Baltimora (*Maryland*), dopo un magistrale restauro eseguito all'Università di Stanford, in California.

Anche Paolo di Tarso ha lasciato ai posteri un palinsesto analogo, questo però di carattere tutto spirituale, **la fede**, che spingeva l'anima verso il bene assoluto. Nelle sue lettere e negli Atti degli Apostoli, si trova una meravigliosa descrizione di come Paolo di Tarso abbia diffuso il pensiero di Gesù a tutte le Genti. Entrambi hanno lasciato una traccia indelebile nella storia della cultura, Archimede con le sue leggi sulla matematica, fisica e ingegneria, San Paolo con quelle evangeliche degli Atti degli Apostoli. Entrambi hanno pagato con la vita il loro credo. Archimede figlio dell'astronomo Fidia, è stato un martire per il suo amore per la scienza e Paolo di Tarso per le sue convinzioni religiose, per aver diffuso la buona novella di Gesù, che, senza fare sconti a nessuno, ha cambiato la storia del mondo. Si può senza dubbio affermare che entrambi hanno applicato alla lettera il famoso rapporto aureo, con la differenza che Archimede lo ha fatto trecento anni prima di Paolo di Tarso. In fondo Paolo di Tarso ha avuto il privilegio di attingere la verità da una fonte divina, mentre invece Archimede ha dovuto scoprirlo con la sua intelligenza matematica. Il rapporto aureo, o meglio divino, ha fatto trovare loro una chiave di lettura del mondo che li ha portati alla divina armonia. La storia della matematica, che si interseca sempre con quella della natura, cerca di spiegare l'origine delle cose. **“Tutto è numero”** esclamava Pitagora. Dopo il buio pesto del medio Evo, che ha frenato la crescita della matematica in Europa, solo nel secolo XI° c'è stata una ripresa degli studi in materia, che poi hanno dato frutti inaspettati e di grande

pregio. Vale la pena di ricordare lo sforzo tremendo fatto da Boezio^{vii} (480-526), per tentare di salvaguardare la propria identità culturale in un'Europa che stava crescendo sotto l'impulso dei nuovi stati barbari. Riuscì a salvare molti testi della cultura classica greca traducendoli in latino, ma la sua morte prematura, dovuta ad una congiura di palazzo, non gli permise di portare a compimento la traduzione in latino di tutti i classici della matematica e della logica greca. Si può concludere questo saggio ricordando che la matematica^{viii} non fa sconti a nessuno, neanche al re Tolomeo, che cercava una via semplice per arrivare alla geometria. Euclide gli rispose, con garbo e calma, che in matematica non esistono vie privilegiate e che quindi non c'erano sconti neanche per i Re. Se Tolomeo voleva conoscere la geometria doveva per forza passare dalla matematica. La sezione aurea, divina armonia, aveva colpito ancora una volta!

Renato Enrico Urban

Roma, 20 aprile 2018

ⁱLa traduzione: “non entri chi non è geometra” non è corretta. Si è preferito ricorrere ad una traduzione che fosse più aderente al testo greco: “non entri chi non conosce la geometria”.

ⁱⁱLa prima definizione di rapporto aureo si trova negli “*Elementi*” di Euclide, che lo definisce per poter costruire un pentagono regolare. La prima pubblicazione degli *Elementi*, a stampa e in latino, avvenne a Venezia, nel 1482.

ⁱⁱⁱ La regola del silenzio venne imposta anche a Galileo (1633), per la sua concezione cosmologica, che era in contrasto con le sacre scritture. Venne abrogata solo nel 1992, cioè circa 359 anni dopo, con l'intervento speciale di papa Giovanni Paolo II.

^{iv} Leonardo Pisano, detto Fibonacci, (Pisa 1170-1230), è un matematico pisano, noto per la successione di numeri naturali, detta di Fibonacci, descritta nel suo *Liber abaci*, (0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89, 144...). Il suo soprannome deriva dal nome del padre, Guglielmo Bonacci, cioè "*filius Bonacci*", tradotto e semplificato in Fibonacci!

^v Archimede (Siracusa, 287 a. C.- 212 a. C.), Paolo di Tarso (Tarso, 10 d. C. – 67 d. C.).

^{vi} Dionigi l'Areopagita, vescovo greco, è stato un uomo di legge, un giurista e giudice raffinato dell'areopago di Atene. Si convertì al cristianesimo ascoltando i discorsi di Paolo di Tarso fatti all'Areopago. Fu il primo vescovo di Atene. Oggi è venerato come Santo della chiesa cattolica.

^{vii} Boezio Anicio Manlio Torquato Severino, (Roma, 480 - Pavia 524). Nato in una famiglia senatoria, fu senatore e console, ma anche matematico, filosofo e letterato insigne. Ha scritto un libro sulla matematica (*De institutione arithmetica*). Con le sue traduzioni e i suoi commenti, Boezio è la fonte principale, fino al secolo XII, delle opere di Platone e Aristotele.

viii Settori di studio della matematica: aritmetica, algebra, geometria, trigonometria, logica, analisi infinitesimale, analisi numerica, statistica, analisi numerica e informatica, matematica finanziaria, matematica attuariale, matematiche finite o discrete.
